

LXV олимпиада по математике Эстонии  
ШКОЛЬНЫЙ ТУР ТАЛЛИННА  
Таллинн, 30 ноября 2017 года  
XI класс

Время, отводимое для решения: 4 часа.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи дает 7 баллов.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. В Таллиннский зоопарк привозят новых животных, это ламы, львы и бегемоты. Для каждого нового животного требуется территория определенной величины: для ламы нужно  $15 \text{ м}^2$ , для льва  $21 \text{ м}^2$  а для бегемота  $25 \text{ м}^2$ . Ламы занимают 40% от всей новой территории, львы 35%, а бегемоты 25%. Сколько процентов от привезенных новых животных составляют ламы?

2. Реши систему неравенств 
$$\begin{cases} x^3 - 3 \geq x(x - 3) \\ 4x^3 + 1 \leq x(4x + 1) \end{cases}$$

3. Найди пары таких целых чисел, сумма которых равна 2017, причем одно из чисел получено из другого числа путем зачеркивания одной из цифр.

4. Дан угол, на одной стороне которого отмечена точка  $A$ , а на другой стороне отмечена точка  $B$ . Через данные точки к соответствующим сторонам угла проведены перпендикуляры, которые пересекают биссектрису исходного угла в точках  $C$  и  $D$ . Докажите, что середина отрезка  $CD$  равноудалена от точек  $A$  и  $B$ .

5. Возможно ли заполнить куб, измерения которого  $5 \times 5 \times 5$ , прямоугольными параллелепипедами  $2 \times 1 \times 1$  так, чтобы

а) в центре остался пустым кубик  $1 \times 1 \times 1$ ;

б) пустым остался кубик, соседний с кубиком в вершине большого куба (см. рисунок).

